

UDC 378.147:[378.22:51

DOI <https://doi.org/10.31470/2415-3729-2022-16-254-269>

## **Methodological Features of the Training Masters for Solving Mathematics Olympiad Problems**

### **Oleksii Proskurnia**

Doctor of Philosophy in Pedagogy (PhD),

Associate Professor of the Mathematics Department

H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University

✉ 29, Alchevsky Str., Kharkiv, Ukraine, 61022

E-mail: [o.i.proskurnia@gmail.com](mailto:o.i.proskurnia@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3111-3417>

### **Oksana Shtonda**

Doctor of Philosophy in Pedagogy (PhD),

Associate Professor of the Mathematics Department

H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University

29, Alchevsky Str., Kharkiv, Ukraine, 61022

E-mail: [stonda.oksana@gmail.com](mailto:stonda.oksana@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7601-487X>

### **Svitlana Biletska**

Doctor of Philosophy in Pedagogy (PhD),

Associate Professor of the Department of Theory and Methods of

Teaching Natural and Mathematical Disciplines in Preschool,

Primary and Special Education

H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University

✉ 29, Alchevsky Str., Kharkiv, Ukraine, 61022

E-mail: [beletskayaveta@gmail.com](mailto:beletskayaveta@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3354-2629>

Date of receipt of the article: November 12, 2022

Article accepted for publication: December 15, 2022

## **Методичні особливості підготовки магістрів до розв'язання олімпіадних задач з математики**

### **Олексій Іванович Проскурня**

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики,  
Харківський національний педагогічний університеті імені  
Г. С. Сковороди,  
✉ вул. Алчевських, 29, м. Харків, Україна

### **Оксана Григорівна Штонда**

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики,  
Харківський національний педагогічний університеті імені  
Г. С. Сковороди,  
✉ вул. Алчевських, 29, м. Харків, Україна

### **Світлана Анатоліївна Білецька**

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри теорії і методики  
викладання природничо-математичних дисциплін у дошкільній,  
початковій і спеціальній освіті  
Харківський національний педагогічний університеті імені  
Г. С. Сковороди,  
✉ вул. Алчевських, 29, м. Харків, Україна

Дата надходження статті: 12 листопада 2022 р.  
Стаття прийнята до друку: 15 грудня 2022 р.

### **Abstract**

The article summarizes the experience of training masters of mathematics for organizing and conducting Mathematics Olympiads for schoolchildren. **The purpose of the article** is to characterize and summarize the methodological features of the training masters of mathematics for the organization of Mathematics Olympiads for schoolchildren. Among **the research methods** used, the following were decisive: analysis and generalization of scientific and methodical sources for the theoretical justification of the highlighted problem, modeling, and synthesis of the obtained data. **Conclusions.** Various possibilities

of implementing such training have been analysed by the authors, taking into account the realities of the current state of the educational system of Ukraine. The methodical features of teaching master's students in mathematics to solving and creating mathematics olympiad problems and discrete subjects for schoolchildren are considered in the article. The benefit of the article is that the numerous examples of the implementation of the «to solve a problem – to replicate problems» approach proposed by the authors are presented, and the methodological expediency of its use in the educational process is substantiated.

**Conclusions.** The authors have singled out the promising directions for further research in this field: the creation of appropriate educational and methodological support for the implementation of the approach «learning to solve a problem - learning to replicate problems» within the framework of other content lines of the course «Mathematics Olympiads problems: creation and solution» in the training of masters in mathematics (logical, stochastic, cryptographic, etc.) at pedagogical higher education institutions; the implementation of elements of this approach to the system of practicing teachers professional development the acquaintance high school students who study mathematics in depth with the relevant methods. The indisputable interest is in the creation of masters' practice-oriented developments, as the part of their educational and research work, aimed at other aspects of the school mathematics education fundamentalization.

**Key words:** methodical training of masters of mathematics, Mathematical Olympiads for schoolchildren, problem solving, replication of problems, arithmetic, graph theory.

### **References**

1. Zabransky, V. (2022). Osoblyvosti praktychnoi pidhotovky maibutnikh vchyteliv matematyky v mahistraturi v umovakh dualnoi formy osvity [Peculiarities of practical training of future teachers of mathematics in the conditions of the dual form of education in magistracy]. *Actual Problems in the System of*

*Education: General Secondary Education Institution – Pre-University Training – Higher Education Institution*, 1(2), 431–435 DOI: <https://doi.org/10.18372/2786-5487.1.16626>

2. Zahrebelna, A. (2021). Orhanizatsiia pozaklasnoi roboty z matematyky v osnovnii shkoli [Organization of extracurricular work in mathematics in primary school]. Sumy: Vyd-vo fizykomatematychnoho fakultetu SumDPU imeni AS Makarenka, 4-5 [in Ukraine].

3. Navchalni prohramy z matematyky dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Educational programs in mathematics for institutions of general secondary education]. Retrieved from <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi> [in Ukraine].

4. Olimpiadni zadachi: rozviazannia zadach druhoho etapu Vseukrainskoi uchnivskoi olimpiady z matematyky – 2020 [Olympiad problems: solving the problems of the second stage of the All-Ukrainian student Olympiad in mathematics – 2020]. Sloviansk : vyd. tsentr «Matorin» [in Ukraine].

5. Polozhennia pro Vseukrainski uchnivski olimpiady, turniry, konkursy z navchalnykh predmetiv, konkursy-zakhysty naukovodoslidnytskykh robit, olimpiady zi spetsialnykh dystsyplin ta konkursy fakhovoi maisternosti [Regulations on All-Ukrainian student olympiads, tournaments, competitions in academic subjects, competitions-defense of scientific and research works, olympiads in special disciplines and competitions of professional skills]. Retrieved from <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/z1318-11> [in Ukraine].

6. Sait matematychnykh olimpiad v Ukraini [Website of mathematical Olympiads in Ukraine]. Retrieved from <https://matholymp.com.ua> [in Ukraine].

7. Iasynskiy, V.A. (2015). Sekrety pidhotovky shkoliariv do Vseukrainskykh ta Mizhnarodnykh matematychnykh olimpiad. Alhebra [Secrets of preparing schoolchildren for the All-Ukrainian and International Mathematical Olympiads. Algebra]. Vinnytsia: TOV «Nilan-LTD» [in Ukraine].

---

## **Вступ**

В даний час олімпіади того або іншого рівня продовжують відігравати істотну роль у системі якісної загальноосвітньої підготовки сучасної молоді (Положення про Всеукраїнські учнівські олімпіади; Навчальні програми з математики для закладів загальної середньої освіти). У світлі реалій сьогодення олімпіади мають позитивний вплив не лише як творчі змагання школярів з відповідного навчального предмету, але й дуже корисні при проведенні тих чи інших відбіркових заходів.

Крім того, в умовах сьогодення перемога на олімпіадах відповідного рівня надає можливість отримати додаткові бали під час вступу до вищих навчальних закладів України. У сучасних реаліях мотивація такого роду дуже суттєва для учнів та їхніх батьків. Число охочих виступити на олімпіадах для отримання додаткових балів під час вступу до ЗВО неухильно підвищується. Отже, зростає кількість школярів, які отримують поглиблену підготовку у вибраній галузі. Це в будь-якому випадку корисно як для кожного учня так і для держави в цілому.

Підготовка до олімпіад породжує проблему педагогічних кадрів. У зв'язку з цим виникає потреба у фахівцях, які можуть на високому професійному рівні підготувати широке коло школярів до участі в олімпіадах, принаймні шкільного та муніципального рівнів (Загребельна, 2021).

Звичайно, насамперед йдеться про відповідне навчання магістрів педагогічної освіти, і, як показує аналіз нормативних документів, багато сучасних магістерських програм враховують цю тенденцію (Zabransky, 2022).

Як показує багаторічний досвід роботи з магістрами математики при розробці занять курсу, присвяченого олімпіадним задачам, необхідно враховувати два важливі аспекти.

---

По перше, потрібно *навчити* магістрантів *розв'язувати* олімпіадні *задачі*. Звісно, під час навчання на бакалавраті студенти вивчали відповідні розділи математики (арифметика, теорія графів, алгебра, геометрія, логіка тощо). Але вивчали вони їх в іншому контексті: так, розв'язувати задачі з арифметики або теорії графів – необхідна, але недостатня умова для формування навички розв'язання олімпіадних задач відповідного спрямування. Крім того, до магістратури приходять і бакалаври з інших ЗВО, тому в магістранта може не бути і самих елементарних навичок розв'язання задач того чи іншого роду. Тому *вчити* магістрантів *розв'язувати задачі* в будь-якому випадку доведеться.

По-друге, ми маємо *продемонструвати* магістрантам основні *прийоми «тиражування»* олімпіадних *задач*. Це, з одного боку, допоможе студентам глибше усвідомити теоретичні засади курсу та, з іншого боку, дасть їм практичні навички, затребувані в подальшій професійній діяльності. Крім того, як показав досвід роботи, такого роду діяльність підвищує мотивацію магістрантів до вивчення математики, дає їм можливість відчувати красу та елегантність математичних задач, дає їм впевненість у своїх професійних силах (Сайт математичних олімпіад в Україні).

**Мета статті** – охарактеризувати та узагальнити методичні особливості підготовки магістрів математики до організації олімпіад з математики для школярів.

### **Методи**

Серед використаних методів дослідження визначальними були такі: аналіз та узагальнення науково-методичних джерел задля теоретичного обґрунтування висвітлюваної проблеми, моделювання, синтез отриманих даних.

### **Результати та їх обговорення**

В рамках нашого дослідження розглянемо методичні особливості реалізації підходу «навчання розв'язанню

---

задач – навчання тиражуванню задач» в рамках вивчення курсу «Олімпіадні задачі з математики: складання та розв’язання» таких змістовних ліній предметної підготовки магістрів математики як «Арифметика» та «Теорія графів».

### ***Практична реалізація: «Арифметика»***

Основна «математична» ідея полягає в наступному: спираючись на теореми елементарної теорії чисел, добре знайомі студентам (ті, хто не володіють теорією, отримують можливість швидко та ефективно засвоїти її у процесі розв’язання задач), показати, як формулювання конкретної задачі може бути узагальнено без зміни відповіді та схеми розв’язання. Наприклад, розглянемо таке завдання (Кадубовський&Беседін, 2021; Ясінський, 2015):

***Приклад 1.*** Доведіть, що  $3n^{11} + 8n + 22$  ділиться на 11 при будь-якому натуральному  $n$ .

Оскільки 8 конгруентне з  $-3$ , а 22 конгруентне з нулем за модулем 11, то в рамках поставленого питання вихідний вираз еквівалентний виразу  $3n^{11} - 3n$ , або, що те саме, виразу  $3(n^{11} - n)$ . Таким чином, для розв’язання задачі достатньо перевірити, що  $n^{11}$  конгруентне з  $n$  за модулем 11 для будь-якого натурального (насправді, цілого)  $n$ . Це твердження можна перевірити безпосередньо, використовуючи таблицю остач за модулем 11. З іншого боку, цей факт впливає з *малої теореми Ферма*: для будь-якого цілого числа  $n$  і будь-якого простого числа  $p$  різниця  $n^p - n$  ділиться на  $p$ .

Спираючись на властивості конгруенцій, ми можемо стверджувати, що для будь-яких цілих  $t$ ,  $k$  і  $m$  число 3 конгруентне з  $3+11t$ , число 8 конгруентне з  $-3+11k$  і число 22 конгруентне з  $11m$  (тобто з нулем) за модулем 11.

Іншими словами, ми можемо перейти до загальної «заготовки» завдання:

***Заготовка 1.*** Доведіть, що  $(3+11t)n^{11} + (-3+11k)n + 11m$  ділиться на 11 при будь-якому натуральному  $n$ .

Вибираючи параметри  $t$ ,  $k$  та  $m$  «за смаком» (наприклад, так, щоб отримані коефіцієнти мали приблизно рівний

«розмір»), ми можемо побудувати потрібну кількість варіантів задачі, що відрізняються один від одного за формулюванням, але збігаються по суті, тобто мають одну і ту ж відповідь і те саме розв'язання. Нижче наведено чотири приклади можливих варіантів:

- Доведіть, що  $113n^{11} + 129n + 10989$  ділиться на 11 при будь-якому натуральному  $n$ .
- Доведіть, що  $146n^{11} + 118n + 10978$  ділиться на 11 при будь-якому натуральному  $n$ .
- Доведіть, що  $168n^{11} + 173n + 11143$  ділиться на 11 при будь-якому натуральному  $n$ .
- Доведіть, що  $212n^{11} + 195n + 11374$  ділиться на 11 при будь-якому натуральному  $n$ .

В принципі, цього цілком достатньо для розумного тиражування задачі.

Однак можна реалізувати і наступний рівень узагальнення. Користуючись сформульованою вище малою теоремою Ферма (точніше, її канонічною версією), легко отримати більш загальну «заготовку», замінивши  $n^{11}$  на  $n^{1+10u}$ , де  $u$  – будь-яке ціле невід'ємне число. Справді, скористаємося основним формулюванням *малої теореми Ферма*: для будь-якого простого числа  $p$  і будь-якого цілого  $n$ , взаємнопростого з  $p$ , число  $n^{p-1}$  конгруентне з 1 за модулем  $p$ . З теореми випливає, що  $n^{u(p-1)}$  конгруентне з 1 за модулем  $p$  при будь-якому цілому невід'ємному  $u$ , і, отже,  $n^{u(p-1)+1}$  конгруентне з  $n$  за модулем  $p$  при будь-якому цілому невід'ємному  $u$ . Таким чином, ми отримуємо наступну «заготовку»:

Заготовка 2. Доведіть, що  $(3+11t)n^{1+10u} + (-3+11k)n + 11t$  ділиться на 11 при будь-якого натуральному  $n$ .

Ще один абсолютно «безкоштовний» бонус. Оскільки  $11t$  конгруентне з нулем за модулем 11, то на це доданок можна «навісити» все, що завгодно, наприклад, будь-який натуральний степінь  $n^g$  числа  $n$ . В цьому у разі «заготовка» набуде наступного вигляду:

---

Заготовка 3. Доведіть, що  $(3+11t)n^{1+10u} + (-3+11k)n + (11m)n^g$  ділиться на 11 при будь-якому натуральному  $n$ .

Зауважимо, що така ж задача може бути перетворена і шляхом інших формулювань, у тому числі: «Знайдіть остачу від ділення  $3n^{11}+8n+22$  на 11»; «На яку цифру закінчується  $3n^{11}+8n+22$  у системі числення з основою 11?» тощо.

Перейдемо до ще однієї «заготовки», ввівши параметр  $r$  який може приймати цілі значення від 0 до 10.

Заготовка 4. Знайдіть остачу від ділення  $(3+11t)n^{1+10u} + (-3+11k)n + (11m)n^g + (r+11h)$  на 11.

Таке формулювання дозволить нам, змінюючи  $r$ , варіювати відповідь (але не розв'язання) задачі, у цьому випадку вираз дає остачу  $r$  при діленні на 11 при всіх натуральних  $n$ .

Зрештою, нічого не змінюючи у формулюваннях, ми отримуємо загальну «заготовку», використовуючи замість 11 довільне просте число  $p$ .

Загальна заготовка. Знайдіть остачу від ділення  $(a+pt)n^{1+(p-1)u} + (-a+pk)n + (pt)n^g + (r+ph)$  на  $p$ .

У цьому випадку, задавши просте число  $p$ , фіксуєючи величину  $r$ , вибравши її з набору  $0, 1, 2, \dots, p-1$  і довільним чином варіюєючи цілі невід'ємні параметри  $a, t, u, k, m$  і  $g$  ми отримуємо цілий спектр задач, що мають одне і те ж розв'язання і ту ж саму відповідь  $r$ .

Такий підхід легко реалізувати у межах практично всіх розділів класичної арифметики.

Дуже красиві завдання можна отримати, користуючись арифметикою остач при побудові невизначених рівнянь другого та вищих степенів, що не мають розв'язків у цілих числах.

**Приклад 2.** Так, неважко перевірити, що квадрат цілого числа не може давати остачі 2 при діленні на 3. Отже, рівняння  $x^2=3y+2$  немає цілих розв'язків  $(x,y)$ .

Використовуючи властивості конгруенцій за модулем 3, ми отримуємо таку просту «заготовку» для тиражування відповідного завдання:

---

Заготовка 1. Знайдіть усі цілі розв'язки  $(x, y)$  рівняння  $x^2 = 3ty + (2+3m)$ .

При побудові копій можна довільним чином змінювати цілі параметри  $t$  і  $m$ . Втім, у рамках даного завдання потенціал для узагальнень практично невичерпний.

Наведемо ще одну «заготовку», в якій можна змінювати довільним чином цілі параметри  $u$  і  $t$  та натуральні параметри  $k$  та  $g$ .

Заготовка 2. Знайдіть усі цілі розв'язки  $(x, y)$  рівняння  $(3u+1)x^{2k} + 3ty^g + (3m+1) = 0$ .

На цю тему можна говорити дуже довго; ми обмежимося приведенням ще двох прикладів аналогічних завдань:

- Доведіть, що число  $2999999999929999999999 + 1$  ділиться на 30. Узагальніть задачу. Отримайте 4 варіанти задачі, використовуючи ваші узагальнення.
- Знайдіть всі прості числа  $p$  для яких число  $7p^2 + 8$  є простим. Придумайте (або знайдіть) аналогічне завдання і розв'яжіть його. Узагальніть ваше завдання. Отримайте 4 варіанти завдання, використовуючи ваші узагальнення.

Наступний етап роботи – підготовка індивідуального дослідницького проєкту (ІДП). Магістрантам можна запропонувати теми для методичних розробок, наприклад: «Остання цифра», «Парність та непарність», «Завдання з факторіалом», «Адитивні завдання з простими числами», «Завдання з одиницями», «Невизначені рівняння: ігри з остачами», «Прості алгоритми». Кожен магістрант вибирає одну з поданих тем чи свою тему, пов'язану з арифметикою. Користуючись запропонованими викладачем та самостійно знайденими джерелами, магістрант підбирає 5 задач олімпіадного типу, розв'язання кожної з яких ґрунтується на ідеях та твердженнях, що використовуються у вибраному розділі арифметики.

---

«Олімпіадність» задачі – характеристика певною мірою суб’єктивна – визначається її формулюванням, як правило, що має текстовий характер з елементами цікавості. Як звіт, магістрант надає викладачеві файл, що містить докладне та обґрунтоване розв’язання вибраних п’яти задач. Для кожної із задач має бути проведено аналіз можливостей її «тиражування». На основі цього аналізу магістрант розробляє загальну «заготовку», що дозволяє збудувати 4–5 «копій» базової задачі. Для кожної «заготовки» автор проекту представляє одне спільне розв’язання, що включає в якості окремих випадків розв’язання всіх представлених у блоці задач. Після обговорення результатів дослідження з викладачем та (у разі потреби) їх коригування, магістрант подає результати дослідження в ході доповіді з презентацією.

### ***Практична реалізація: «Теорія графів»***

Розглянемо кілька прикладів. У ряді задач, пов’язаних із типом графів (повний граф, дерево, планарний граф та ін.) чи базовими характеристиками графів (степеня вершин, співвідношення між набором степенів вершин і числом ребер тощо), тиражування стає майже тривіальним, оскільки теоретичні твердження, що лежать в основі розв’язання, вірні для графів на будь-якому числі вершин. У цьому випадку додаткові можливості ми отримуємо, змінюючи сюжет формулювання. Наприклад, розглянемо таку задачу:

***Приклад 3.*** *Поруч зі школою чарівників Хогвартс було 16 сіл, між деякими з них було прокладено дороги. Відомо, що з кожною села можна потрапити в будь-яке інше, до того ж за єдиним маршрутом. Скільки доріг було поряд із чарівною школою?*

Ця задача пов’язане з темою «Дерева». Знаючи співвідношення між числом вершин і числом ребер довільного дерева, ми можемо стверджувати, що поруч із чарівною школою було 15 доріг. Найпростіша «заготовка» виходить при заміні 16 на довільне натуральне число  $n$ . Оскільки дерево на  $n$  вершинах має рівно  $n-1$  ребер,

відповідь цієї задачі:  $n-1$ . Замінюючи дороги на авіалінії, телефонні мережі, обмін листами тощо, ми отримуємо достатньо можливостей для тиражування.

**Приклад 4.** У США є 50 штатів. Кожен із них з'єднаний з кожним іншим штатом дорогою. Яку найбільшу кількість доріг можна закрити на ремонт так, щоб із кожного штату можна було проїхати в будь-якій іншій?

Ця задача пов'язана одночасно з темами «Повний граф» та «Дерева». Оскільки число ребер повного графа на  $n$  вершинах дорівнює  $n(n-1)/2$ , а число ребер дерева на  $n$  вершинах дорівнює  $n-1$ , то, віднімаючи з першої величини другу, ми отримуємо відповідь  $(n-1)(n-2)/2$ . Зокрема, при  $n=50$  відповіддю є число 1176. Як і раніше, тиражування полягає в заміні конкретного числа 50 довільним натуральним числом  $n$ , проте модель, що використовується значно цікавіша за попередню. Замінюючи Сполучені Штати іншою (реальною або уявною) країною або кардинально змінюючи сюжет (дуже зручно ввести в розгляд, наприклад, схему метро), можна побудувати достатню кількість копій початкового завдання.

Розглянемо ще одну задачу, цікавішу з погляду нашого підходу.

**Приклад 5.** На шкільному балі кожен хлопчик станцював із трьома дівчатками, а кожна дівчинка – з чотирма хлопчиками. Скільки хлопчиків прийшло на бал, якщо всього було дев'ять дівчаток?

У даному випадку ми маємо справу з темою «Дводольні графи». Розв'язання задачі зводиться до аналізу дводольного графа, одна з часток якого містить  $x$ , а інша –  $y$  вершин, причому степінь кожної вершини першої частки дорівнює трьом, а другої – чотирьом. Оскільки кількість ребер графа залежить від того, як воно підраховано, ми отримуємо рівняння  $3x = 4y$ ; у нашому випадку  $y=9$  і, отже,  $x=12$ . На перший погляд найпростіше узагальнення полягає у заміні чисел 3 і 4 параметрами  $3n$  і  $4n$  де  $n$  – будь-яке натуральне

число. Однак у цьому у разі потрібно уважно стежити за третім числом 9: вже за  $n=3$  ми вийдемо за межі моделі, що використовується в початковому формулюванні. А от якщо замінити будь-якими параметрами  $3n$  та  $9n$  величини 3 і 9, такого збою не відбудеться, і обмеження на  $n$  будуть пов'язані тільки з текстом задачі: мабуть, з 40 дівчатами станцювати кожному хлопчику за один вечір все ж таки не вдасться. Втім, зміни, як і раніше, можливі шляхом модифікації сюжету.

Розглянемо «заготовку», основу на попередній задачі, в умовах дещо іншої сюжетної моделі:

- *У школі олімпійського резерву кожен хокеїст товаришує з  $3n$  гімнастками, а кожна гімнастка товаришує з 4 хокеїстами. Скільки хокеїстів навчається у школі олімпійського резерву, якщо в ній навчається  $9n$  гімнасток?*

Розв'язання кожної з отриманих задач буде одним і тим самим; одним і тим же буде і відповідь: 12. Якщо дозволити модифікацію всіх трьох присутніх у умові числових величин, замінюючи додатково 4 параметром  $4k$ , то схема розв'язання не зміниться, але «на виході» ми отримаємо відповідь  $12k$ . Можливі і подальші узагальнення, які вимагатимуть лише мінімальної уваги до структури використовуваної моделі.

На відміну від арифметики, в теорії графів досить часто можна зіткнутися з ситуацією, коли зміна того чи іншого параметрів з метою тиражування призводить до руйнування моделі і, як наслідок, до грубих помилок у формулюванні отриманих задач. Наведемо один із таких прикладів. Розглянемо задачу, яка досить часто зустрічається у збірниках цікавих задач з теорії графів, у тренувальних матеріалах, присвячених підготовці до олімпіадам того чи іншого рівня (Кадубовський&Беседін, 2021).

**Приклад 7.** *У компанії із семи хлопчиків кожен має серед інших не менше трьох братів. Доведіть, що всі семеро – брати.*

---

Для розв'язання достатньо припустити, що хлопчики, які не є братами, у компанії існують. Припустимо, що Вася та Петро не є братами. Тоді за умовою задачі кожен з них має серед п'яти хлопчиків, що залишилися принаймні по три брати. Але в цьому випадку вони мають спільного брата, що приводить нас до суперечності. Отже, будь-які два хлопчики з групи, що описується в задачі, є братами.

Дуже хочеться узагальнити задачу, замінивши величину 7 величиною  $7n$  і, можливо, величину 3 величиною  $3n$ . На відміну від розглянутих вище прикладів, ні перехід до параметра  $7n$  зі збереженням величини 3, ні перехід до двох нових параметрів  $7n$  і  $3n$  не врятовують ситуацію. У першому випадку достатньо розглянути граф, що складається з  $n$  незв'язних компонентів, кожна з яких є 3-регулярним графом на  $7$  вершинах (або будь-який 3-регулярний незв'язний граф на  $7n$  вершинах, що містить хоча б одну таку компоненту). У другому – побудувати 3  $n$ -регулярний граф на  $7n$  вершинах, що містить як компоненти повний граф на  $3n+1$  вершині.

В якості тем ІДП змістової лінії «Теорія графів», магістрантам можна запропонувати теми для методичних розробок, наприклад: «Степені вершин графа», «Ейлерові графи», «Графи з кольоровими ребрами», «Дерева в роботі», «Лабіринти», «Плоскі графи», «Дводольні графи», «Орієнтовані графи», «Графи та бінарні відносини», «Графи та логічні задачі», «Графи та комбінаторика».

### **Висновок**

Як перспективні напрямки подальшої роботи в цій галузі можна виділити створення відповідного навчально-методичного забезпечення для реалізації підходу «навчання розв'язанню задач – навчання тиражуванню задач» в рамках інших змістових ліній курсу «Олімпіадні задачі з математики: складання та розв'язання» при підготовці магістрів математики в педагогічних ЗВО (логічної, стохастичної, криптографічної тощо), впровадження елементів цього підходу до системи підвищення кваліфікації практикуючих

---

вчителів, знайомство з відповідними прийомами старшокласників, які поглиблено вивчають математику. Безперечний інтерес представляє і створення у рамках навчально-дослідницької роботи магістрантів практико-орієнтованих розробок, спрямованих на інші аспекти фундаменталізації шкільної математичної освіти.

### **Література**

1. Забранський В. особливості практичної підготовки майбутніх вчителів математики в умовах дуальної форми навчання в магістратурі. Актуальні проблеми в системі освіти: заклад загальної середньої освіти – довузівська підготовка – вищий навчальний заклад. 2022, 1 (2), С. 431–435. DOI: <https://doi.org/10.18372/2786-5487.1.16626>.

2. Загребельна А. Організація позакласної роботи з математики в основній школі. Суми: Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені АС Макаренка, 2021, 4-5.

3. Навчальні програми з математики для закладів загальної середньої освіти. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi> (дата звернення 15.12.2022).

4. Кадубовський О.А., Беседін Б.Б. Олімпіадні задачі : розв’язання задач другого етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики – 2020 : навчальний посібник / – Словянськ : вид. центр «Маторін», 2021, 94 с.

5. Положення про Всеукраїнські учнівські олімпіади, турніри, конкурси з навчальних предметів, конкурси-захисти науково-дослідницьких робіт, олімпіади зі спеціальних дисциплін та конкурси фахової майстерності. - [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/z1318-11>.

6. Сайт математичних олімпіад в Україні. URL: <https://matholymp.com.ua> (дата звернення 15.12.2022).

---

7. Ясінський В.А., Панасенко О.Б. Секрети підготовки школярів до Всеукраїнських та Міжнародних математичних олімпіад. Алгебра: навчально-методичний посібник. Вінниця: ТОВ «Нілан-ЛТД», 2015. 175 с.

**Проскурня О.І., Штонда О.Г., Білецька С.А.**

### **Методичні особливості підготовки магістрів до розв'язання олімпіадних задач з математики**

У статті узагальнений досвід із підготовки магістрів математики до організації та проведення олімпіад з математики для школярів. Проаналізовано різноманітні можливості реалізації такої підготовки з урахуванням реалій сучасного стану освітньої системи України. Розглянуто методичні особливості навчання студентів-магістрантів математики розв'язанню та складанню олімпіадних задач арифметичної та дискретної тематики для школярів. Наведено численні приклади реалізації запропонованого авторами підходу «розв'язання задач – тиражування задач», обґрунтовано методичну доцільність його використання в освітньому процесі. **Мета статті** – охарактеризувати та узагальнити методичні особливості підготовки магістрів математики до організації олімпіад з математики для школярів. Серед використаних методів дослідження визначальними були такі: аналіз та узагальнення науково-методичних джерел задля теоретичного обґрунтування висвітлюваної проблеми, моделювання, синтез отриманих даних.

**Ключові слова:** методична підготовка магістрів математики, математичні олімпіади для школярів, розв'язання задач, тиражування задач, арифметика, теорія графів.